

Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche

Addition gleichnamiger Brüche:

→ Nenner übernehmen; Zähler addieren:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

Subtraktion gleichnamiger Brüche:

→ Nenner übernehmen; Zähler subtrahieren

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

1. a) Füllen Sie die Tabellen aus:

-	$\frac{5}{49}$	$\frac{2}{49}$	$\frac{19}{49}$
$\frac{43}{49}$			
$\frac{37}{49}$	$\frac{32}{49}$		
$\frac{21}{49}$			

+	$\frac{5}{49}$	$\frac{2}{49}$	$\frac{19}{49}$
$\frac{43}{49}$			
$\frac{37}{49}$		$\frac{39}{49}$	
$\frac{21}{49}$			

b) Notieren Sie hier die Brüche aus der Tabelle, die sich noch kürzen lassen und kürzen Sie diese soweit als möglich:

c) Notieren Sie hier die Brüche als gemischte Zahlen, die grösser als 1 sind:

2. Ergänzen Sie die Tabelle – Achtung, alles durcheinander:

Minuend = $\frac{13}{19}$	Subtrahend = $\frac{5}{19}$	Differenz =
Differenz = $\frac{13}{19}$	Minuend =	Subtrahend = $\frac{18}{19}$
Subtrahend =	Differenz = $\frac{13}{19}$	Minuend = $\frac{14}{19}$

Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Addition/Subtraktion ungleichnamiger Brüche:

→ Brüche gleichnamig machen:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$

→ gleichnamige Brüche addieren:

$$\frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

→ gleichnamige Brüche subtrahieren:

$$\frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

1. Ergänzen Sie die Tabellen; notieren Sie die Brüche in gekürzter Form:

-	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{15}$		
$\frac{2}{3}$			
$\frac{15}{17}$			

+	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{4}{5}$			
$\frac{2}{3}$	1		
$\frac{15}{17}$			

2. Berechnen Sie die Summe der folgenden Stammbrüche:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} =$

c) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} =$

3. Berechnen Sie die folgenden Terme:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} =$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8} =$

4. Berechnen Sie auf schlaue Weise – oder geht's sogar im Kopf?

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{2}{6} + \frac{1}{3} =$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{8}{12} =$

c) $\frac{1}{4} - \frac{2}{8} + \frac{4}{16} - \frac{8}{32} + \frac{1}{2} =$

d) $\frac{1}{10} + \frac{10}{100} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} + \frac{3}{5} =$

Rechengesetze zur Addition

In einer Summe darf man beliebig klammern:

Assoziativgesetz: \rightarrow Beispiel: $\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$

In einer Summe darf man Summanden beliebig tauschen:

Kommutativgesetz: \rightarrow Beispiel: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

1. Fassen Sie geschickt zusammen; rechnen Sie im Kopf:

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{1}{2} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{9}{11} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{11} =$

c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{3} =$

d) $\frac{2}{13} + \frac{3}{4} + \frac{3}{13} + \frac{1}{4} + \frac{2}{13} + \frac{6}{13} =$

2. Lösen Sie die Klammern auf und rechnen Sie geschickt:

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) =$

b) $\left(\frac{9}{16} + \frac{2}{15}\right) + \left(\frac{1}{30} + \frac{7}{16}\right) =$

c) $\left(\frac{8}{32} + \frac{5}{15} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{12}{16} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) =$

d) $\frac{7}{13} + \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{13} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{13} + \frac{1}{4}\right) =$

3. Ohne die Summen in den Klammern auszurechnen – welches ist die grössere?

Fügen Sie das < oder > oder = Zeichen ein:

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right)$ — $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right)$ — $\left(\frac{3}{3} + \frac{3}{4}\right)$

c) $\left(\frac{1}{14} + \frac{14}{41}\right)$ — $\left(\frac{14}{41} + \frac{2}{7}\right)$

d) $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right)$ — $\left(\frac{2}{3} + \frac{8}{32}\right)$

e) $\left(\frac{1}{6} + \frac{8}{12}\right)$ — $\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{12}\right)$

f) $\left(\frac{1}{8} + \frac{4}{5}\right)$ — $\left(\frac{2}{16} + \frac{4}{5}\right)$

4. Die beiden Summen in den Klammern haben den gleichen Wert. Was muss deshalb der Wert für x sein?

a) $\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{3} + x\right);$ _____

b) $\left(\frac{3}{11} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3}{7} + x\right)$ _____

c) $\left(\frac{2}{9} + \frac{2}{27}\right) = \left(\frac{6}{81} + x\right);$ _____

d) $\left(\frac{33}{44} + \frac{33}{55}\right) = \left(\frac{11}{22} + x\right)$ _____

Addieren und Subtrahieren von Brüchen bei gemischter Schreibweise

Man kann beim Addieren von Brüchen zuerst die ganzen Zahlen, erst dann die Brüche zusammenzählen, oder die gemischten Zahlen zuerst in Brüche umwandeln:

Beispiel: $\rightarrow 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = 1 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ oder $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} + \frac{7}{3}$

1. Rechnen Sie im Kopf; geben Sie als Bruchzahl und als gemischte Zahl an:

a) $2\frac{2}{3} + 1 =$ _____

b) $1\frac{1}{2} + 5 =$ _____

c) $\frac{1}{9} + 1 =$ _____

d) $12\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} =$ _____

2. Geben Sie als Bruchzahl an:

a) $3\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =$ _____

b) $12\frac{5}{9} + 5\frac{1}{2} =$ _____

c) $7\frac{2}{9} + 1\frac{9}{27} =$ _____

d) $12\frac{1}{2} + 5\frac{2}{3} =$ _____

3. Nun kommt auch noch die Subtraktion: Geben Sie wiederum als Bruchzahl und als gemischte Zahl an:

a) $3\frac{2}{3} - 2\frac{2}{3} =$ _____

b) $12\frac{5}{9} - 5\frac{1}{3} =$ _____

4. Wie oft kann man die kleinere von der grösseren Zahl subtrahieren?

a) $3\frac{2}{3}; 33$ _____

b) $\frac{1}{15}; 6$ _____

c) $2\frac{1}{10}; 21$ _____

Multiplizieren eines Bruchs mit einer natürlichen Zahl

Ein Bruch wird mit einer natürlichen Zahl multipliziert, in dem man den Zähler mit dieser Zahl multipliziert und den Nenner beibehält:

Beispiel: $\rightarrow a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$ Beispiel mit Zahlen: $2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$

Ist diese Zahl ein Teiler des Nenners, darf der Nenner durch diese Zahl geteilt und der Zähler beibehalten werden:

Beispiel: $\rightarrow 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$

Dies kommt auf dasselbe heraus wie nach obiger Regel, man kommt allerdings schneller zum gekürzten Bruch. Dasselbe nach obiger Regel:

$$\rightarrow 2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

1. Rechnen Sie im Kopf; geben Sie als Bruchzahl an:

a) $2 \cdot \frac{1}{3} =$ _____ b) $6 \cdot \frac{3}{19} =$ _____ c) $4 \cdot \frac{2}{7} =$ _____

d) $15 \cdot \frac{4}{45} = \frac{15 \cdot 4}{45} = \left(\frac{60}{45}\right) = \frac{1 \cdot 4}{3} = \frac{4}{3}$ e) $11 \cdot \frac{7}{22} =$ _____

Beachten Sie in diesem Beispiel, dass es einfacher ist zu kürzen **bevor** man den Zähler ausmultipliziert.

f) $32 \cdot \frac{1}{16} =$ _____ g) $25 \cdot \frac{3}{5} =$ _____ h) $4 \cdot \frac{63}{28} =$ _____

2. Geben Sie das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \text{ m} =$ _____ b) $12 \cdot \frac{3}{4} \text{ dm} =$ _____ c) $14 \cdot \frac{3}{7} \text{ €} =$ _____

3. Geben Sie das Resultat als gemischte Zahl an:

a) $5 \cdot 1\frac{1}{3} \text{ ha} =$ _____ b) $13 \cdot \frac{3}{4} \text{ dm} =$ _____ c) $22 \cdot \frac{2}{7} \text{ €} =$ _____

4. Eine Box enthält

a) sechs $\frac{7}{10}$ l-Flaschen Wein – wie viele Liter sind das? _____

b) zwölf $\frac{3}{4}$ l-Flaschen Wein – wie viele Liter sind das? _____

Dividieren eines Bruchs durch eine natürliche Zahl

Ein Bruch wird durch eine natürliche Zahl dividiert in dem man den Nenner mit dieser Zahl multipliziert und den Zähler beibehält:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$ Beispiel mit Zahlen: $\frac{3}{14} : 3 = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

Ist diese Zahl ein Teiler des Zählers, darf auch der Nenner beibehalten und der Zähler durch diese Zahl geteilt werden:

Beispiel: $\rightarrow \frac{3}{14} : 3 = \frac{1}{14}$

Dies kommt auf dasselbe heraus wie nach obiger Regel, man kommt allerdings schneller zum gekürzten Bruch.

1. Rechnen Sie im Kopf; geben Sie als Bruchzahl an:

a) $\frac{3}{4} : 5 =$ _____ b) $\frac{18}{19} : 5 =$ _____ c) $\frac{8}{7} : 3 =$ _____

d) $\frac{14}{15} : 7 = \frac{14}{15 \cdot 7} = \left(\frac{14}{105} \right) = \frac{2}{15 \cdot 1} = \frac{2}{15}$ e) $\frac{77}{3} : 11 =$ _____

Beachten Sie in diesem Beispiel, dass es einfacher ist zu kürzen **bevor** man den Nenner ausmultipliziert.

f) $\frac{18}{15} : 3 =$ _____ g) $\frac{208}{195} : 13 =$ _____ h) $\frac{2000}{777} : 16 =$ _____

2. Geben Sie das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $\frac{3}{5} \text{ m} : 4 =$ _____ b) $\frac{36}{4} \text{ dm} : 12 =$ _____ c) $\frac{42}{5} \text{ €} : 6 =$ _____

3. Geben Sie das Resultat als gemischte Zahl an:

a) $6\frac{1}{3} \text{ ha} : 3 =$ _____ b) $13\frac{3}{4} \text{ dm} : 2 = 6\frac{7}{8} \text{ dm}$ c) $25\frac{1}{7} \text{ €} : 8 =$ _____

4. Bestimmen Sie den Wert von x:

a) $\frac{x}{4} : 12 = 2$; $x =$ _____ b) $\frac{x}{9} : 2 = 3$; $x =$ _____

c) $\frac{8}{49} : x = \frac{2}{49}$; $x =$ _____ d) $\frac{13}{64} : x = \frac{1}{128}$; $x =$ _____

Multiplizieren zweier Brüche

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ Beispiel mit Zahlen: $\rightarrow \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

(Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche umgewandelt).

1. Produkte von Bruchzahlen: Rechnen Sie im Kopf; geben Sie als vollständig gekürzte Bruchzahl an:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} =$ _____ b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} =$ _____ c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} =$ _____

2. Bruchteile von Bruchteilen sind Produkte von Bruchzahlen: Geben Sie als Bruchteil der angegebenen Einheit an:

a) $\frac{3}{5}$ von $\frac{7}{8}$ km = $\frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 8}$ km = $\frac{21}{40}$ km

b) $\frac{1}{3}$ von $\frac{4}{5}$ dm = _____

c) $\frac{2}{5}$ von $\frac{3}{4}$ ha = _____

3. Beachten Sie, dass es viel einfacher ist zu kürzen, bevor man ausmultipliziert:

a) $\frac{49}{81}$ von $\frac{27}{35} = \frac{49}{81} \cdot \frac{27}{35} = \frac{7 \cdot 7}{27 \cdot 3} \cdot \frac{27 \cdot 1}{7 \cdot 5} = \frac{1323}{2835} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{7}{15}$

Verfahren Sie nun analog: (Bei grösseren Zahlen hilft die Primfaktorzerlegung!)

b) $\frac{210}{11}$ von $\frac{198}{105} =$ _____

c) $2\frac{8}{27}$ von $4\frac{11}{31} =$ _____

d) $1\frac{17}{19}$ von $1\frac{31}{102} =$ _____

Dividieren zweier Brüche

Ein Bruch wird durch einen Bruch dividiert indem man den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert:

Beispiel: $\rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ Beispiel in Zahlen: $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$

(Gemischte Zahlen werden zuerst in Brüche umgewandelt).

1. Quotienten von Bruchzahlen: Geben Sie als vollständig gekürzte Bruchzahl an:

a) $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} =$ _____

b) $\frac{6}{5} : \frac{1}{3} =$ _____

c) $\frac{6}{25} : \frac{12}{15} =$ _____

2. Gemischte Zahlen zuerst in einen Bruch umwandeln:

a) $\frac{3}{5} : 2\frac{7}{8} =$ _____

b) $9\frac{2}{3}$ durch $\frac{3}{100} =$ _____

3. Kettenrechnung – zuerst den Term in der Klammer ausrechnen: (Das Resultat ist als Bruch anzugeben)

a) $\left(2\frac{1}{15} : 1\frac{17}{45}\right) : 3\frac{1}{2} =$ _____

b) $\left(\frac{68}{105} : \frac{34}{165}\right) : 1\frac{6}{49} =$ _____

4. Berechnen Sie als Bruchteil der nächst höheren Einheit:

a) $\frac{75}{4}$ cm = _____

b) 340 g : $\frac{34}{11} =$ _____

5. Ergänzen Sie die fehlende Einheit:

a) $\frac{7}{30}$ _____ = $\frac{700}{3}$ m

b) $\frac{1}{2}$ _____ = $\frac{1}{200}$ a

c) $\frac{7}{3600}$ _____ : $\frac{1}{5} = 35$ s

d) $2\frac{2}{15}$ h = 512 _____ : $\frac{1}{15}$

Gemischte Rechnungen:

1. Rechnen Sie schlau mit den Kommutativgesetzen:

a) $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{8} =$ _____

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} =$ _____

2. Berechnen Sie mit dem Distributivgesetz:

a) $4 \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} =$ _____

b) $\left(\frac{11}{8} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{24}{7} =$ _____

3. Berechnen Sie:

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{5}{27} - \frac{3}{81}\right) \cdot 27 =$ _____

b) $\left(\frac{5}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{64}\right) \cdot 128 =$ _____

4. Berechnen Sie:

a) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}}{\frac{1}{3} + \frac{5}{6}} =$ _____

b) $\frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}} \cdot 10 =$ _____

c) $3\frac{2}{3} : \frac{4}{7} + 1\frac{2}{3} \cdot 6\frac{3}{4} =$ _____

5. Berechnen Sie – Doppelbrüche, Kettenbrüche:

a) $\frac{1}{1 + \frac{1}{2}} =$ _____

b) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$ _____

c) $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} =$ _____

6. Berechnen Sie Vater Bernhards Alter:

Sohnemann Köbi ist $5\frac{1}{2}$ Jahre alt, seine Schwester ist anderthalb mal so alt und Vater Bernhard ist $2\frac{2}{5}$ mal so alt wie seine Kinder zusammen.

Eigenschaften von Bruchzahlen

1. Ein kleines Quiz:

- a) Jede natürliche Zahl hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- b) Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger ja/nein: _____
- c) Jede natürliche Zahl grösser 0 hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- d) Jede natürliche Zahl hat einen Vorgänger ja/nein: _____
- e) Jede Bruchzahl hat einen Nachfolger ja/nein: _____
- f) Jede Bruchzahl hat einen Vorgänger und einen Nachfolger ja/nein: _____
- g) Man findet immer zwischen zwei natürlichen Zahlen eine andere natürliche Zahl ja/nein: _____
- h) Man findet zwischen zwei Bruchzahlen immer eine andere Bruchzahl ja/nein: _____

2. Bestimmen Sie die Bruchzahl, die zwischen den beiden Bruchzahlen liegt:

a) $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$: _____ b) $2\frac{3}{4}$ und $1\frac{1}{8}$: _____

3. Bestimmen Sie die Bruchzahl, die mit $2\frac{7}{8}$ die Mitte $1\frac{1}{4}$ hat: _____

4. Nennen Sie 5 Bruchzahlen, die zwischen $\frac{48}{17}$ und $1\frac{1}{2}$ liegen:

1: _____ 2: _____ 3: _____ 4: _____ 5: _____

5. Peter hat zwei Klausuren geschrieben mit Notenschnitt 2; Nennen Sie 3 Paare von möglichen Noten:

1. Paar: _____ 2. Paar: _____ 3. Paar: _____

Vermischte Aufgaben

1. Berechnen Sie:

a) Welche der beiden Summen ist grösser?

Setzen Sie $<$ oder $>$ oder $=$ ein

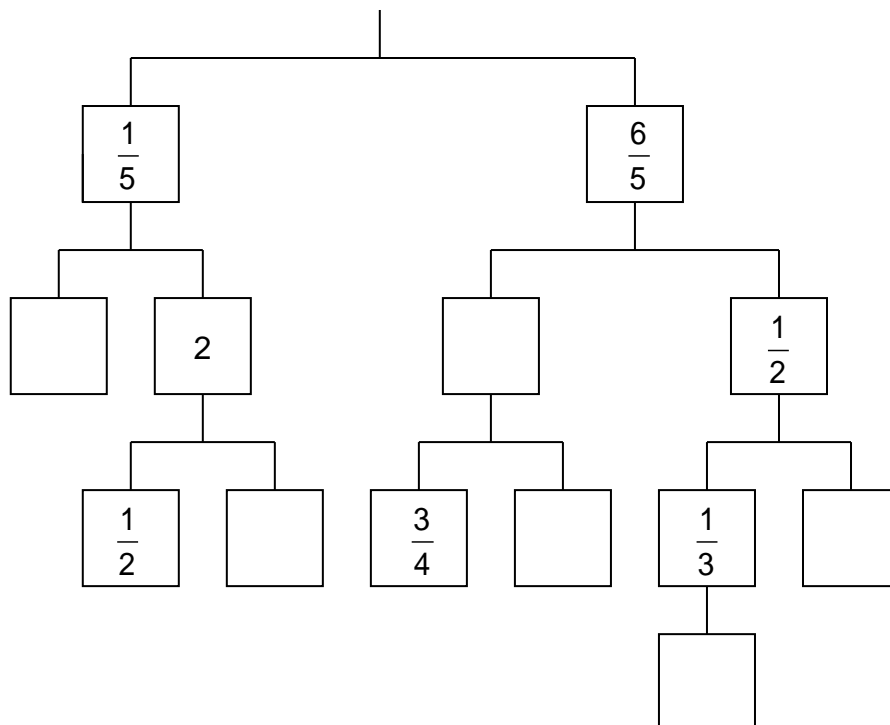
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \quad \text{—} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

b) Welche der beiden Summen ist grösser?

Setzen Sie $<$ oder $>$ oder $=$ ein

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \quad \text{—} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

2. Bringen Sie das Mobile ins Gleichgewicht – füllen Sie die leeren Felder:



3. Berechnen Sie – denken Sie aber zuerst etwas nach – geht es im Kopf?

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} =$$